**Elementare Analysis**

**Folgen und Konvergenz**

Eine Folge (an) ist eine Abbildung, die jedem n ∈ **N** oder n ∈ **N**0 ein Folgenglied an zuweist.

Explizite Definition:  
 Folge der Quadratzahlen: (an): an = n2

Rekursive Definition:  
 Fibonacci-Folge: (bn): b1 = 1, b2 = 1, bn+1 = bn + bn−1

Arithmetische Folge: Abstand der Folgenglieder konstant (an+1 – an = d und an = a0 + n\*d)

Geometrische Folge: Quotient der Folgenglieder konstant (an+1/an = q und an = a0 \* qn)

Beschränkte Folgen  
 Eine Folge (an) ist beschränkt, wenn es eine Schranke r > 0 gibt, so dass |an| ≤ r für alle n ∈ **N**

Monotonie

monoton wachsend, wenn an+1 ≥ an für alle n ∈ **N**

monoton fallend, wenn an+1 ≤ an für alle n ∈ **N**

streng monoton, wenn jeweils an+1 > an oder an+1 < an

Konvergenz/Divergenz

Eine Folge (an) ist konvergent zum Grenzwert a, wenn es zu jeder Zahl ε > 0 ein N ∈ **N** gibt, so dass |an − a| < ε für jedes n > N. Dies wird dann an → a, an (n→∞) → a oder lim(n→∞) an = a geschrieben. Gibt es keinen solchen Grenzwert, so ist die Folge divergent.

**Stetige Funktionen**

Eine Funktion f : A → B ist im Punkt z ∈ A stetig, wenn für alle Folgen (xn) mit Werten aus A mit xn → z gilt, dass lim (n→∞) f(xn) = lim (x→z) f(x) = f(z). Die Funktion ist stetig, wenn sie auf allen Punkten ihres Definitionsbereichs stetig ist.

Zwischenwertsatz

Die stetige Funktion f : [a, b] → R nimmt in dem abgeschlossenen Intervall [a, b] ihr Maximum und Minimum an den Stellen x+ und x− an, und für jeden Wert y ∈ [f(x−), f(x+)] gibt es ein x ∈ [a, b], so dass f(x) = y